

**שאלה:** מדוע 'חיתוך מאורעות' משמעו כפל ו'איחוד מאורעות' משמעו חיבור ?

**תשובה:** הבה נסכים תחילה (כפי שוודאי ידוע לך מלימודיך) שבמודל ההסתברותי המופשט מאורע מיוצג על ידי קבוצה של נקודות (איברים) במרחב המדגם (שאף הוא אינו אלא קבוצה מופשטת המתארת את כל התוצאות האפשריות של הסיטואציה ההסתברותית שבה דנים).

מתברר שפעולות החיתוך והאיחוד בין קבוצות מקיימות ביניהן קשרים דומים לאלו שבין כפל וחיבור בין מספרים, למשל, החוק הדיסטריבוטיבי (חוק הפילוג) של הכפל לגבי החיבור בין מספרים

$$a(b + c) = ab + ac$$

הוא תקף לא רק כאשר  $a, b, c$  הם מספרים, אלא גם כאשר הם קבוצות ובמקום פעולת הכפל והחיבור מפעילים (בהתאמה) את פעולת החיתוך והאיחוד ביניהן.

כמו כן, כאשר מאחדים קבוצות (סופיות) זרות, אז מספר האיברים באיחוד הוא סכום מספרי אבריהן וזו סיבה נוספת לכך שלפעולת האיחוד יש ניהוח של פעולת חיבור.

**שאלה:** מה ההיגיון מאחורי נוסחת ביאס ?

**תשובה:** אני מרשה לעצמי להניח שהזהות המגדירה את המושג הסתברות מותנית,  $P(B|A)$ , של המאורע B בהינתן המאורע A, מוכרת לך ואת מבינה את המניע האינטואיטיבי להגדרה זו. זהות זו ניתנת להיכתב

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

(בצורה זו הזהות נשארת בתוקף גם כאשר A בעל הסתברות אפס)

ומאחר שפעולת החיתוך בין מאורעות היא סימטרית ( $B \cap A = A \cap B$ ) אפשר גם לכתוב

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B) = P(B \cap A)$$

והשוויון האמצעי הוא-הוא המוביל למה שנקרא נוסחת ביאס. הרעיון של ביאס היה שאם ידועות ההסתברויות של שני המאורעות וידועה ההסתברות המותנית של האחד בהינתן השני, אז גם ההסתברות המותנית של השני בהינתן הראשון ניתנת לחישוב פשוט, כפי שאכן מעיד השוויון האמצעי שלמעלה.

בהנחה ש-A מאורע הקשור בעבר ואילו B בהווה ועתיד, המסקנה הפילוסופית של ביאס היא שכשם שמידע לגבי העבר משנה את ההערכה שלנו לגבי סיכויים של אירועים שונים בהווה ובעתיד, כך גם (במהופך) מידע לגבי ההווה והעתיד משנה את תמונת העבר שלנו (ממצאים ארכיאולוגיים מהיום שופכים אור על העבר ההיסטורי).

אני מקווה שירדתי לסוף דעתך בשאלה זו. אם לאו - אשמח אם תפני שנית .

פרופ' דוד גילת

ביה"ס למתמטיקה, אוניברסיטת תל אביב